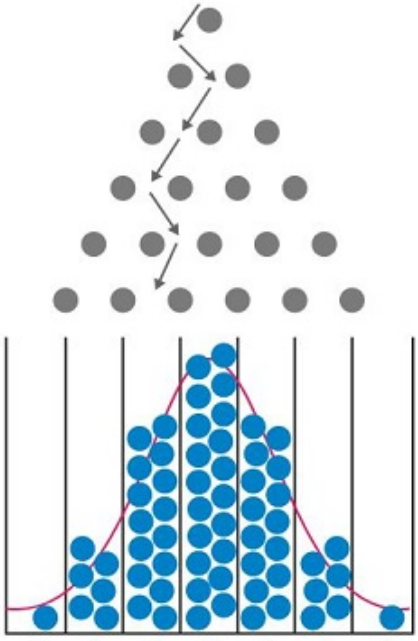
Planche de Galton



Exemple d'une planche de Galton avec six rangées de clous

Crédits : lelivrescolaire.fr, https://www.lelivrescolaire.fr/page/16267964?num=1

Valérie Garès (valerie.gares@insa-rennes.fr)
Madison Giacofci (joyce.giacofci@univ-rennes2.fr)

CENTRE
HENRI LEBESGUE
CENTRE DE MATHÉMATIQUES

Maison des Mathématiques de l'ouest

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons "Attribution – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International".

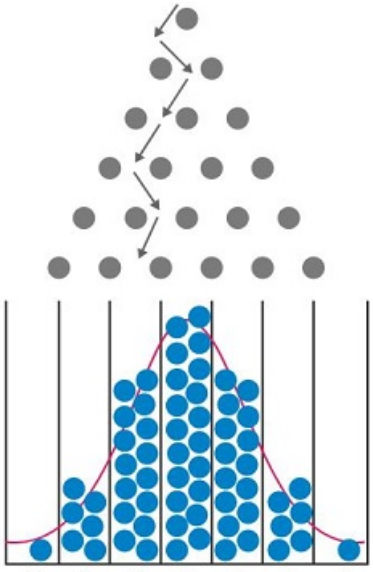
CC BY SA

Contexte scientifique

La planche de Galton est une planche sur laquelle sont plantés plusieurs rangées de clous, par exemple 10 rangées, disposés en quinconce de manière régulière et sous forme pyramidale. Plusieurs réservoirs, par exemple 11 pour 10 rangées, sont placés en bas de la planche (voir figure ci-dessous).

Lorsqu'une bille est lachée au sommet de la planche, celle-ci rebondit de clou en clou jusqu'à la base de la planche où elle est collectée dans un des réservoirs placé en bas. À chaque clou rencontré, la bille a une chance sur deux d'aller à droite et une chance sur deux d'aller à gauche à l'étage inférieur.

Si on lance un grand nombre de billes au sommet de la planche, la répartition des billes dans les réservoirs en bas de la planche adopte une forme en cloche caractéristique appelée courbe de Gauss. On observe que la majorité des billes se regroupent dans les réservoirs centraux tandis que peu d'entre elles sont collectés dans les réservoirs sur les bords. Les billes ont en effet plus de chemins - et dés lors plus de "chances" - pour atteindre un réservoir central qu'un réservoir sur les bords.



Exemple d'une planche de Galton avec six rangées de clous

La répartition des billes dans les réservoirs d'arrivée est régie par deux résultats fondamentaux de la théorie des probabilités : la loi des grands nombres et le théorème central limite, qui sont ici concrètement mis en évidence.

Références

- Planche de Galton numérique à expérimenter : https://mathix.org/galton/ (cliquer sur le bouton "play/stop")
- Ressource pédagogique : https://www.mathemarium.fr/Des-Fourmis-dans-un-Labyrinthe.html

Les pages suivantes décrivent un atelier réalisé avec des classes de CP.

Matériel

- Une planche de Galton (disponible à l'IRMAR)
- Des craies pour tracer une planche grandeur nature à l'extérieur
- Des dés avec 3 faces marquées "D" et 3 faces marquées "G" + des barquettes pour lancer le dé.
- Des feuilles imprimées avec des pyramides de Galton.

Déroulement de l'atelier

Durée 2 heures environ

Présentation en classe Après un temps de présentation des intervenantes, la planche de Galton est présentée aux enfants en classe et un échange est proposé : d'après vous, si je lâche une bille, où est-ce qu'elle va aller ? Comment va-t-elle se déplacer jusqu'en bas ? Que va-t-il se passer si je lâche beaucoup de billes ? Les enfants sont accompagnés pour sentir la notion de "chemins possibles" et de "chances". Le discours peut être appuyé de dessins au tableau.

Expérimentation grandeur nature Dans un second temps, les enfants sont invités à expérimenter corporellement le chemin d'une bille sur la planche au moyen d'une planche de Galton grandeur nature. À l'extérieur dans la cours (ou dans un gymnase), une pyramide de Galton est dessinée à la craie (ou matérialisée par des cerceaux ou cônes en intérieur). Les enfants, tour à tour, parcourent les différentes rangées de "clous" en décidant au hasard et à chaque rangée de la direction à prendre pour la suivante (droite ou gauche). La décision est prise au moyen d'un lancer de dé sur lequel 2 possibilités sont indiquées (3 faces "Droite" et 3 faces "Gauche"). Il est possible d'impliquer les enfants sur les questions de "comment créer le hasard à chaque rangée ?" et "comment avoir 2 possibilités avec un dé à 6 faces ?". Pour ne pas créer de difficultés pour l'enfant de CP, les lettres "D" et "G" sont écrites, respectivement, sur ses mains droite et gauche. Les enfants effectuent plusieurs passage dans la pyramide et le lieu d'arrivée des enfants au bas de la pyramide est mémorisé à chaque fois (craie, plot ou cône). On retrouve à la fin de l'expérience la forme en cloche caractéristique de la courbe de Gauss.

Expérimentation sur une feuille Dans un troisième temps, l'expérience de la bille dans une planche de Galton est réinvestie sous forme de dessin : sur une feuille présentant une pyramide de Galton, les enfants tracent le chemin d'une bille dans la pyramide en tirant la direction (droite ou gauche) au hasard à chaque étape à l'aide d'un dé. Ils refont l'expérience quelques fois. A la fin, les résultats des enfants (les réservoirs d'arrivée) sont collectés au tableau sur une pyramide de Galton commune. La même forme en cloche est de nouveau retrouvée. On présente aussi un histogramme avec la taille des enfants.

Restitution A l'issue de l'atelier, un dernier temps d'échange est organisé : par la discussion, les enfants sont amenés à verbaliser le fait qu'on ne peut pas prédire dans quel réservoir une seule bille va tomber mais si on lance un grand nombre de billes, elles se répartissent toujours de la même manière dans les réservoirs, selon la courbe de Gauss. C'est une des lois qui régissent le hasard.

Questions à poser aux enfants lors de l'atelier

Présentation de metiers liés aux mathématiques. "On utilise les mathématiques pour savoir si un médicament est efficace (guérit bien) et pas dangeureux, pour comprendre ce qui pollue la planète, pour améliorer les voitures et la circulation des trains".

Présentation de la planche. "On est là pour découvrir le hasard". Description de la planche (clous, picots, colonnes, billes, idée de chemin). On lâche une bille : "où va t'elle arriver ?", "A t'elle plus de chance d'arriver sur les bords ou au milieu ?". On lâche toutes les billes. "Ou vont-elles arriver ?" "Va t'il y avoir le même nombre de billes dans toutes les colonnes ?". On trouve une répartition en forme de cloche ou bosse (plus de billes au milieu et peu sur les côtés).

Préparation dans la classe de l'activité dans la cours. "Dans la cours, il y a cette même planche sur le sol et vous allez être une bille. A chaque picot, vous allez faire comme la bille, aller à droite ou à gauche mais il faut choisir au hasard. Comment est ce qu'on peut choisir vraiment au hasard ? Est ce que vous connaissez des objets qui créent de hasard ? Ou on ne décide pas du résultat qu'on va avoir ?" "Le dé a 6 faces, on ne veut que deux possibilités, comment faire ? Moitié moitié ?" "A chaque picot, on lance le dé, on va où nous dit le dé". Préparation des mains (lettre G (gauche) et D (droite))