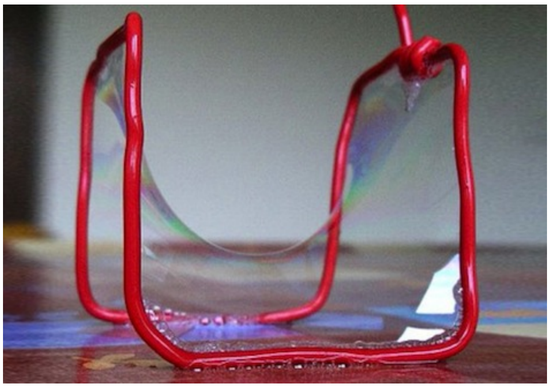
Films de savon



Crédits photo : Olivier Druet

Présentation de l'objet ou de l'atelier

Un film de savon prend naturellement une forme qui minimise l'énergie de tension locale (c'est à dire parmi toutes les petites perturbations de cette forme). L'énergie de tension étant proportionnelle au nombre de molécules d'acide gras et donc à l'aire du film, la forme du film de savon réalise un problème de minimisation (de la surface) sous contrainte (épouser un contour, ou piéger un volume d'air pour une bulle).

C'est une excellente ressource pour parler de géométrie du plan et de l'espace (à partir du CE2 environ), et surtout de faire briller les yeux des enfants et des adultes.

Déroulé typique d'une activité

Partie 1 On peut commencer par poser le problème suivant. On distribue des feuilles avec 3 points, représentant 3 villes. Le but des participants est de trouver un moyen de relier ces 3 villes avec un système de routes utilisant le moins de goudron possible. [1]
La première proposition est souvent le périmètre du triangle. On peut faire remarquer qu'une route est superflue. Une solution de type "cintre" n'est pas toujours proposée spontanément.

Mesurer à la règle graduée les différentes propositions, et élire la meilleure.

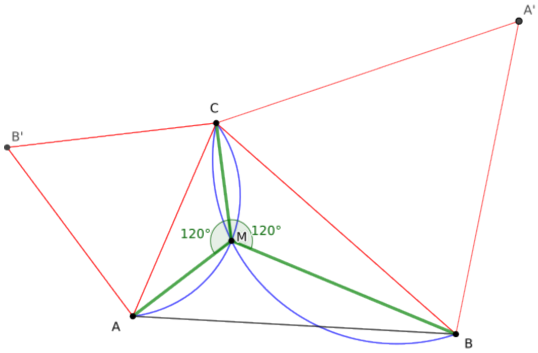
Partie 2 On sort la bassine d'eau savonneuse, en annonçant que la nature va nous aider à résoudre ce problème.

On peut commencer par plonger des courbes réalisées à partir de fils électriques, chaque participant plongeant sa courbe préférées. Inciter à faire des courbes non planes, typiquement de la forme d'une banane. Essayer de faire deviner progressivement les propriétés des films obtenus.
C'est toujours la même forme, elle est donc particulière. Elle épouse le contour de la courbe. La proposition de minimisation de l'aire est rarement spontanée (on peut essayer de l'obtenir en faisant le parallèle avec le problème 2D : un élastique tendu autour de certains points).

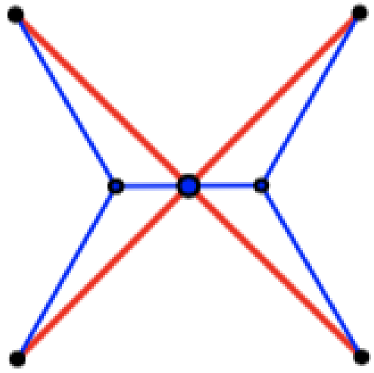
Partie 3 Faire le lien entre la partie 2 et la partie 1. Marquer les différences (une route est 1D, le film est 2D). Amener le groupe à introduire le tétraèdre (ou plutôt ses arêtes) comme l'équivalent du triangle (ou plutôt ses sommets) en dimension supérieure. Plonger le tétraèdre dans la bassine et le ressortir. Si vous avez encore un peu d'attention du groupe, vous pouvez essayer de discuter les propriétés de la forme obtenue (il y a trois plans dont les intersection forment quatre arêtes. Les surfaces forment deux à deux des angles de $120°$.)

Partie 4 Selon le temps imparti, on peut jouer. Proposer le problème des routes avec 4 villes, dont la solution n'est *pas* les diagonales (les angles doivent toujours faire $120°$) ; cf Fig. 1b. Il peut y avoir deux solutions distinctes, en particulier dans le cas du carré : il y a une rupture de symétrie. Comparer avec le cube plongé (le carré qui se forme à l'intérieur n'est pas dû à la manipulation, on peut s'en convaincre en soufflant légèrement dessus pour en modifier l'orientation, et exhiber les trois orientations possibles) ; cf Fig. 1d.

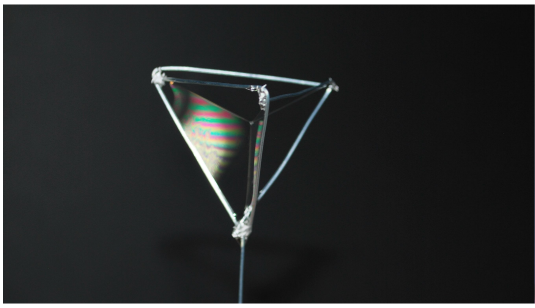
1. La solution de ce problème est formé des trois segments reliant les sommets au point de Fermat du triangle. C'est l'unique point, intérieur au triangle, tel que ces segments se rencontrent en angles de $120°$; cf Fig. 1a. Si l'un des angles du triangle est supérieur à $120°$, alors le sommet correspondant est le point de Fermat, et la solution est formée simplement des segment entre ce sommet et les deux autres.



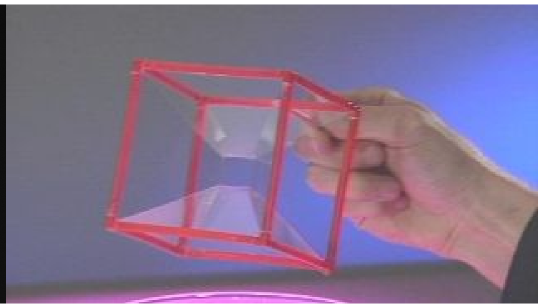
(a) Problème des 3 villes et éléments de construction



(b) Problème des 4 villes



(c) Tétraèdre



(d) Cube

FIGURE 1 – Toutes ces illustrations sont issues de documents d'Olivier Druet, disponibles sur les liens ci-dessous ; sauf (c), François-Xavier Faucher, https://toysfab.com/

Ressources

Quel matériel ? Comment me le procurer ?

— Feuilles, crayons, règles graduée pour le problème des routes
— Bassine, liquide vaisselle pour la solution savonneuse. On trouve des recettes avec de la glycérine et idéalement du lubrifiant vétérinaire. Des recharges de liquides à bulle (diluées dans l'eau) font assez bien l'affaire.
— Pour plonger des courbes, du fil électrique.
— Pour plonger des polyèdres, il existe des "kits de géométrie", avec des bâtons pour les arêtes et des boules perforées pour les sommets.

Tout cela est disponible à l'IRMAR.

Qui contacter en cas de question, ou pour soumettre une modification ?

Vincent Duchêne

Liens pour aller plus loin

— Article https://images.math.cnrs.fr/Mathematiques-savonneuses.html
— Vidéos https://video.math.cnrs.fr/bulles-de-savon/
— Un article qui donne étonnamment beaucoup de détails sur la physique des bulles et un peu sur des astuces de fabrication https://www.slate.fr/story/215946/comment-faire-bulles-savon-geantes-recette